Lycée pilote Elkef
Mr : Nsib . kais

Devoir de contrôle № 3
Mathématiques

$2^{ème}$ Sc_{1et5}
Fév. 2010
Durée : 1^h

Exercice 1 : (8,5 points)

On considère les polynômes $P(x)=x^4-10x^2+9$ et $Q(x)=2x^3-9x^2+10x-3$.

1. a. Déterminer toutes les racines du polynôme P.

b. En déduire une factorisation de P en produit de quatre polynômes du premier degré.

2. a. Vérifier que 1 est une racine de Q.

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation Q(x) = 0.

3. a. Déterminer les racines communes de P et Q.

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $P(x) \le 5.Q(x)$.

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $[P(x)]^2-25[Q(x)]^2=0$.

Exercice 2 : (11,5 points)

Soit ABC un triangle équilatéral de coté a. On désigne par G le centre du cercle $(\mathcal{C})$ circonscrit au triangle ABC et par I le milieu du segment [AC].

1. a. Faire une figure.

b. On pose $B'=t_{\overrightarrow{AG}}(B)$ et $C'=t_{\overrightarrow{AG}}(C)$.Construire les points B' et C'.

c. Prouver que BCC'B' est un rectangle dont on précisera l'aire en fonction de a.

On note G' le milieu du segment [BC'].

2. a. Déterminer $t_{\overrightarrow{AG}}((BG))$ et $t_{\overrightarrow{AG}}((CG))$.

b. En déduire $t_{\overrightarrow{AG}}(G)$.

3. a. Construire le cercle $(\mathcal{C}')$ image du cercle $(\mathcal{C})$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AG}$.

b. Prouver que $(\mathcal{C}')$ est le cercle circonscrit au rectangle BCC'B'.

4. a. Les droites (CB') et (C'G) se coupent en J. Montrer que $t_{\overrightarrow{AG}}(I)=J$

b. En déduire que J est le barycentre des points pondérés (B', -1) et (G', 3) et que $J=G'*C$.

5. La droite (BG) recoupe le cercle $(\mathcal{C})$ en E. Montrer que $t_{\overrightarrow{AG}}(E)=C$.

.